7.D4 Faktorielle und Binomialkoeffizient

Der Binomialkoeffizient ist ein verbindendes Element in der Mathematik. Seine Interpretation findet sich in der Wahrscheinlichkeitstheorie, eine völlig andere (wirklich?) Anwendung taucht in der Algebra auf, als Koeffizient der allgemeinen binomischen Formel.

Als Hilfestellung noch zwei Hinweise zur Verwendung von GeoGebra: `nCr(n,k)` ist der etwas hölzerne Befehl für den Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$. Das Rufzeichen fungiert ausgezeichnet als Befehl für die Fakultät.

7.D4.1

✎ Berechne händisch den Quotienten aus $\frac{16!}{14!}$. Weshalb resultieren aus der Divison einer größeren durch eine kleinere Fakultät keine Brüche?

7.D4.2

✎ Berechne händisch den Binomialkoeffizient $\binom{8!}{3!}$. Schreibe den so sinnvoll wie möglich an und kürze schrittweise zu Ende.

7.D4.3

Berechne mit Hilfe von GeoGebra den Binomialkoeffizienten mit Hilfe von GeoGebra auf zwei Arten (unter Verwendung des Rufzeichens und auch mit Hilfe des Befehls `nCr()`

(1) $\binom{4}{1} =$

(2) $\binom{10}{2} =$

(3) $\binom{62}{60} =$

7.D4.4

Zeige, dass gilt:

(1) $\binom{n}{n} = 1$

(2) $\binom{n}{1} = n$

(3) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

Lösungen

7.D4.1

$$\frac{16!}{14!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot \cancel{14} \cdot \cancel{(\ldots)} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{14} \cdot \cancel{(\ldots)} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 16 \cdot 15 = \underline{240}$$

7.D4.2

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{5! \quad 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1} \quad 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{8 \cdot 7 \cdot \cancel{6}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = \underline{56}$$

7.D4.3

$\mathrm{nCr}(4, 1)$ $= 4$	$\mathrm{nCr}(10, 2)$ $= 45$	$\mathrm{nCr}(62, 60)$ $= 1891$
$\frac{4!}{3! \cdot 1!}$ $= 4$	$\frac{10!}{8! \cdot 2!}$ $= 45$	$\frac{62!}{60! \cdot 2!}$ $= 1891$

7.D4.4.

(1) $\binom{n}{n} = 1 \iff \frac{\cancel{n!}}{\cancel{n!} \cdot 0!} = 1 \quad \square$

(2) $\binom{n}{1} = n \iff \frac{n!}{1!\,(n-1)!} = \frac{n\cancel{(n-1)}\cancel{(n-2)} \cdot \cancel{(\ldots)} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{1 \cdot \cancel{(n-1)}\cancel{(n-2)} \cdot \cancel{(\ldots)} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = \frac{n}{1} = n \quad \square$

(3) $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!\,(n-(n-k))!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} \quad \square$$