7.B8 Ableitung der Potenzfunktion

Die Ableitung der Potenzfunktion $f(x) = x^n$ ist einfach händisch durchführbar. Der Exponent wird als Koeffizient vorangestellt (und ev. mit dem bestehenden Koeffizienten multipliziert) und um eins reduziert wieder als neuer Exponent verwendet. Fertig ist die Ableitung der Potenfunktione $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

Für GeoGebra:
Obwohl es den Befehl `Ableiten(f,x)` gibt, ist zur Berechnung der Ableitung wohl das Hochkomma hinter die definierte Funktion gestellt ausreichend. `f'(x)` ergibt die erste Ableitung der (zuvor definierten) Funktion `f(x)`.
Das Rufzeichen fungiert ausgezeichnet als Befehl für die Fakultät.

7.B8.1

✎ Berechne händisch die Ableitung der folgenden Potenzfunktionen

(1) $f_1(x) = x^2$

(2) $f_2(x) = 2x^5$

(3) $f_3(x) = \frac{2}{3}x^3$

7.B8.2

✎ Die Ableitungsregel für Potenzfunktionen gilt nicht nur für natürliche sondern auch für alle ganzzahlige (also negative) Exponenten. Formuliere die Funktion $f(x) = \frac{1}{x}$ mit Hilfe eines negativen Exponenten und führe die Ableitung mit obiger Regel durch.

Kontrolliere mit Hilfe von GeoGebra.

7.B8.2

✎ Erweitere nun für rationale Exponenten. Formuliere die Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ mit Hilfe eines rationalen Exponenten und führe die Ableitung mit obiger Regel durch.

Kontrolliere mit Hilfe von GeoGebra.

Lösungen

7.B8.1 $f_1(x) = x^2$ $f_1'(x) = \underline{2x}$

$f_2(x) = 2x^5$ $f_2'(x) = \underline{10x^4}$

$f_3(x) = \frac{2}{3}x^3$ $f_3'(x) = \underline{2x^2}$

7.B8.2 $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$

$f'(x) = (-1) \cdot x^{-2} = \underline{-\frac{1}{x^2}}$

7.B8.3 $f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} \overset{\text{ODER}}{=} \frac{1}{2\sqrt{x}} \overset{\text{ODER}}{=} \underline{\frac{\sqrt{x}}{2x}}$