7.B5 Differentialquotient

Der Differentialquotient ist der Grenzwert des Differenzenquotienten. Auch er gibt die Änderungsrate einer Funktion an, allerdings nicht für ein bestimmtes Intervall, sondern an einer bestimmten Stelle x. Zu berechnen ist er (fürs Erste) ein wenig umständlich.
Berechnet man den Differentialquotienten für die allgemeine Stelle x, so erhält man erneut eine Funktion. Diese neue Funktion bezeichnet man als Ableitung $f'(x)$ der Funktion $f(x)$ bezeichnet.

7.B5.1

Bestimme die Ableitung der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + c$$

(1) in allgemeiner Form und **(2)** an der Stelle $x = 2$.

7.B5.2

Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 2x + 1$$

Die lineare Funktion hat für jeden Differenzenquotienten die gleiche Steigung. Das bedeutet, dass auch die Steigung an jeder Stelle x gleich groß sein muss.
Zeige diese Aussage durch Bildung des Grenzwertes des Differenzenquotienten für jedes $x \in \mathbb{R}$.

7.B5.3

Ein Gegenstand wird von einem 23m hohen Turm herabgeworfen. Die Höhe des Gegenstandes (in Meter) in Abhängigkeit der Zeit (in Sekunden) beträgt

$$h(t) = 25 - 5 \cdot t^2$$

(1) Nach wie vielen Sekunden trifft der Gegenstand am Boden auf?
(2) Berechne den Differenzenquotienten im Intervall vom Abwurf bis zum Aufschlag des Gegenstandes und interpretiere das Ergebnis.
(3) Berechne den Grenzwert des Differenzenquotienten zur Zeit des Aufschlages und interpretiere das Ergebnis.

7.B5.4

`(CAS)` Berechne die Ableitung $f'(x)$ der Funktion

$$f(x) = \cos(x)$$

mit Hilfe von GeoGebra CAS. Achte darauf, dass du den CAS-Rechner und nicht den Grafikrechner verwendest.
Definiere die Funktion `f(x)` und berechne die Ableitung mit der Eingabeh `f'(x)`.

7.B5.5

`(CAS)` Berechne den Grenzwert des Differenzenquotienten der Funktion $f(x) = x^3 + 1$ mit Hilfe von GeoGebra.
Verwende dazu die Befehle `Multipliziere()` und `Grenzwert()`. Als Untergrenze verwende den Wert x und als Obergrenze den Wert $x + h$. Der Grenzwert soll für den Wert $h \to 0$ ermittelt werden.

7.B5.1 (1) $f'(x) = \frac{1}{2}x$, (2) $f'(1) = 1$; **7.B5.2** $\forall x \in \mathbb{R} | f'(x) = 2$. An jeder Stelle $x \in \mathbb{R}$ hat der Differentialqu. den Wert 2.; **7.B5.3** 2,3 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ (2) -5 (3) $-22{,}36$ $\frac{\text{m}}{\text{s}}$;; **7.B5.4** $f'(x) = -\sin(x)$; **7.B5.5** $f'(x) = 3x^2$;